Zusammenfassung der Syntax von PL

1) Vokabular: Vokabular von GL (s. https://edit.logik.ch/.ee71581/cmd.14/audience.E));
Individuenvariablen: „x“, „y“, „z“, ...;
Namenbuchstaben: „a“, „b“, „c“, ...;
Prädikatbuchstaben: „F“, „G“, „H“, ...;
Identitätszeichen: „=“;
Existenzquantorzeichen: „(∃...)“;
X ist ein Individuensymbol genau dann, wenn X eine freie Individuenvariable oder ein Namenbuchstabe ist.

2) Bildungsregeln:

1. Eine Formel ist jede Folge von Zeichen des Vokabulars.
2. Ein atomarer Satz ist
   (a) ein Satzbuchstabe oder
   (b) ein Individuensymbol, gefolgt von einem Identitätszeichen, gefolgt von einem Individuensymbol oder
   (c) eine Folge von nachstehenden Symbolen: Ein Prädikatbuchstabe, gefolgt von n Individuensymbolen.
3. Eine Formel ist eine wff genau dann, wenn sie
   (a) ein atomarer Satz ist oder
   (b) wenn A eine wff ist, dann ist auch ¬A eine wff.
   (c) wenn A und B wffs sind, dann ist auch A ∧ B eine wff.
   (d) wenn A(v) eine wff ist, welche das Individuensymbol v enthalt, und wenn A(w) eine Formel ist, die wir aus A(v) erhalten, indem wir mindestens ein freies Vorkommen von v in A(v) durch w ersetzen, dann ist (∃w)A(w) eine wff (v ist eine Variable über Individuensymbole, w eine Variable über Individuenvariablen; v = w oder ¬(v = w)).
4. Keine Formel ist eine wff, die nicht nach (1)-(4) eine wff ist.

3) Definitionen: Die Definitionen von GL;
(v)A(v) $=_D$ ¬(∃)¬A(v)

4) Axiom: (x)(x = x)

5) Ableitungsregeln:

1. Die Regeln von GL.

2. Existenzquantorintroduktion: Wenn B_1, ..., $B_n \vdash A(v)$, dann B_1, ..., $B_n \vdash (\exists w)A(w)$, sofern

   (a) mindestens ein Vorkommen von v in A(v) durch w ersetzt wird,

   (b) w nicht durch einen in A(v) vorkommenden Quantor eingefangen wird.

3. Existenzquantorelimination: Wenn B_1, ..., B_n, $A(v) \vdash C$, dann B_1, ..., B_n, $(\exists rw)A(w) \vdash C$, sofern

   (a) (i) v in B_1, ..., B_n, in C und in $(\exists rw)A(w)$ nicht frei vorkommt,

   (b) (ii) A(v) aus $(\exists rw)A(w)$ entsteht, in dem genau die durch den Anfangsquantor gebundenen w durch v ersetzt werden. Vorkommen von Namenbuchstaben gelten als frei.

4. Identisches ersetzen (=E): Wenn B_1, ..., $B_n \vdash A(v)$, und C_1, ..., $C_k \vdash v = w$, dann B_1, ..., B_n, C_1, ..., $C_k \vdash A(w)$ für die freien Vorkommen (v) in A(v). v muss nicht durchgängig durch w ersetzt werden.