Ausssagenlogik Bildungsregeln

(Systematisierung der Regeln von E.J. Lemmon, Beginning Logic, Sunbury-on-Thames, Nelson's University Paperpacks, 1965; Paul Ruppen, Einstieg in die formale Logik, Bern, Lang, 1996, www.logik.ch).

1) Vokabular

Klammern: (,);
Junktoren: $\neg$; $\wedge$
Satzbuchstaben: p, q, r, ...

2) Bildungsregeln

Eine Formel ist eine Anreihung von Zeichen des Vokabulars.

(a) Eine Formel ist eine wff (= eine wohlgebildete Formel), wenn sie aus einem Satzbuchstaben besteht.

(b) "$\neg$" gefolgt von "(", gefolgt von einer wff, gefolgt von ")" ist eine wff.

(c) "(", gefolgt von einer wff, gefolgt von "$\wedge$", gefolgt von einer wff, gefolgt von ")" ist eine wff.

(d) Keine Formel, die nicht eine wff nach (a)-(c) ist, ist eine wff.

3) Definitionen

$(A \vee B) =_D \neg(\neg A \wedge \neg B)$

$(A \rightarrow B) =_D \neg(A \wedge \neg B)$

$(A \leftrightarrow B =_D ((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$

4) Ableitungsregeln

(1) Regel der Annahme (A): $A \therefore A$

(2) doppelte Negation (DN) :
Wenn $A_1,\ldots,A_n \therefore \neg\neg B$, dann $A_1,\ldots,A_n \therefore B$

(3) und-Introduktion ($\wedge$I):
Wenn $A_1,\ldots,A_n \therefore D$ und $B_1,\ldots,B_k \therefore E$, dann $A_1,\ldots,A_n,B_1,\ldots,B_k \therefore D \wedge E$

(4) und-Elimination ($\wedge$E)
Wenn $A_1,\ldots,A_n \therefore D \wedge E$, dann $A_1,\ldots,A_n \therefore D$;
Wenn $A_1,\ldots,A_n \therefore D \wedge E$, dann $A_1,\ldots,A_n \therefore E$

(5) Reductio ad absurdum (RAA):
Wenn $C_1,\ldots,C_n \therefore B \wedge \neg B$, dann $C_1,\ldots,C_{n-1} \therefore \neg C_n$.